

文章编号: 1000-7598 (2009) 07-2119-07

岩体裂隙中渗流场有限元随机模拟分析

李守巨, 刘迎曦, 冯文文, 霍趁方

(大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116024)

摘 要: 采用有限元方法数值, 模拟了开度随机分布裂隙中的渗流场问题。根据给定的裂隙开度均值和标准差, 随机分布生成有限元模型中的单元裂隙开度, 模型中的材料参数和单元属性用 ANSYS 中的 APDL 参数化语言赋值。根据有限元随机模拟断面的流量分布和稳态渗流问题的达西定律, 计算在不同裂隙开度标准差条件下的等效导水系数, 研究等效导水系数与裂隙粗糙度之间的关系。数值模拟结果表明, 与光滑平直的裂隙相对比, 在裂隙平均开度为常数、开度随机正态分布的条件下, 表面粗糙裂隙的等效导水系数略有降低; 对于裂隙平均开度为 0.5 mm 的裂隙模型, 裂隙开度标准差从 0.01 mm 变化到 0.2 mm, 其等效导水系数变化小于 5%。传统的渗流控制方程无法精确描述地下水在粗糙裂隙中的流动特征, 因为在压力水头的定义中忽略了速度项。

关 键 词: 等效导水系数; 裂隙开度; 正态分布; APDL 参数化语言; 有限元模拟

中图分类号: TU 457

文献标识码: A

Randomly numerical simulation of water flow field in fractured rock mass with finite element method

LI Shou-ju, LIU Ying-xi, FENG Wen-wen, HUO Chen-fang

(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: The water flow problem in fractured rock mass, in which the fracture aperture is distributed randomly, is simulated by using finite element method. The fracture apertures of model elements are generated randomly according to the average value and standard deviation of fracture aperture; and material parameters and element properties are changed by ANSYS parameter design language. The equivalent transmissivity of fracture is computed according to flow flux through some section computed by FEM and Darcy law; and the relationship between the equivalent transmissivity and roughness of fracture is presented. The numerical simulation investigation shows that compared with straight and smooth fracture, the equivalent transmissivity of fracture with rough surface will decrease slightly. For the investigated fracture model with 0.5 mm average aperture, the equivalent transmissivity of fracture with different standard deviations of fracture aperture changes only 5% while the standard deviation of fracture aperture fluctuates from 0.01 mm to 0.2 mm. Traditional governing equation of water flow can not accurately depict the transform principle of water through rough fracture because the definition of pressure water-head in the equation ignores the velocity item.

Key words: equivalent transmissivity; fracture aperture; normal distribution; APDL parameter design language; finite element simulation

1 引 言

天然的岩体中包含大量的裂隙, 而裂隙开度和分布密度的大小会直接影响岩体的渗透系数。岩体的渗透系数是岩体渗流和地下水模拟的重要参数, 它涉及地表环境保护和核废料处理、石油和天然气开采、煤炭和煤层气开采、大坝工程和地热资源利用、农田水利和土壤改良等领域。由于地质构造作用, 岩体中的裂隙大都成组出现, 每组的渗透性各

不相同, 使得裂隙的渗透性具有明显的非均质性和各向异性。

对于渗流数值模拟计算来说, 如何模拟裂隙岩体这种特点, 对提高计算准确性影响很大。天然岩体中存在大量的不连续的地质结构面, 如节理、断层、裂隙、岩层层面、片理面等, 而这些含有大量节理裂隙的岩体又是坝基、边坡、地下硐室等岩土工程中广泛遇到的一类复杂的介质。裂隙岩体中流体对岩体的作用是影响岩体稳定性的重要问题。众

收稿日期: 2008-01-04

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 90815023); 国家重点基础研究发展规划项目 (2007CB714006)。

第一作者简介: 李守巨, 男, 1960 年生, 博士, 教授, 主要从事岩土力学模型参数估计和模拟方面的研究。E-mail: lishouju@dlut.edu.cn

多岩土工程中都必须了解岩体中裂隙水渗流的规律。因此,关于节理裂隙岩体的力学特性及其水力学特性是目前研究的热门课题^[1-5]。

岩体介质破坏的直接原因是由于岩体中原有节理裂隙(纹)或新生裂隙的扩展或滑移。在许多岩土工程中,如岩质边坡、地下隧道等,岩体介质中的渗透水压力与节理裂隙的相互作用,是引起这类岩体介质失稳破坏的重要原因。过去,人们的研究基本集中在孔隙介质中的孔隙水的渗流,直到 20 世纪 50 年代初期才开始着手对裂隙岩体的水力性质以及其中流体的流动进行定量地评价,并逐步认识到裂隙岩层中流体流动的状态和基本水力参数是与多孔介质不同的,从而建立了相应的裂隙岩体水力学模型^[6]。朱大勇^[7](2007 年)采用二维座逾渗模型,描述了裂隙岩体的渗流问题,建立了多单元网格渗透概率递推矩阵,然后,根据相邻列单元渗透递推关系,推导出单元网格的渗透概率递推矩阵。郁伯铭^[8](2003 年)对多孔介质的输运性质研究进展进行了系统地评述,着重综述了采用分形理论和方法研究多孔介质输运性质解析解的理论、方法和所取得的进展。杨彬彬^[9](2005 年)回顾了固体物质在干燥过程中湿分迁移的理论的发展过程,介绍了孔道网络模型、多尺度方法和分形理论在多孔介质干燥中内部水分迁移过程的应用背景。刘建国等^[10](2004 年)依据分形理论和方法,探索溶质在多孔介质中的有效扩散系数的替代预测方法。在多孔介质溶质扩散的弯曲毛细管束模型的基础上,以分形维数作为介质的基本几何特性参数,建立了多孔介质中溶质扩散的分形毛细管束模型,推导出了溶质有效扩散系数与介质孔隙度之间的幂定律关系式,反映了介质孔隙体积的层次分布与孔隙通道曲折程度对扩散的影响。Ghodoossi^[11](2005 年)研究了微孔道分形网络中热和气体传输特性,提出了多级分形网络的产生方法,建立了热传导参数和气体流动阻力的分形描述机制。Tran^[12](2006 年)建立了岩体裂隙网络水力传输的分形模型,进行了试验验证,并根据达西定律讨论了有效渗透率与裂隙密度的关系。Zhang^[13](1996 年)采用格子气方法和自仿射分形,模拟了流体在具有分形表面和体积系统中的流动过程,提出了采用平稳随机过程和分数布朗运动模拟粗糙的裂隙表面的方法。Peratta(2006 年)^[14]提出了一种模拟三维裂隙中流体流动的方法,模型中采用了离散元和边界元方法,以便精确和有效地处理介质三维复杂的几何形状和非均质特性。Doughty^[15](2002 年)采用随机 Sierpinski

的分形网络模型,研究了裂隙岩体的渗流和传输特性,并对单井注水试验进行了模拟分析,模拟研究了溶质的传输过程和浓度分布,最后将分形网络模拟结果与其他方法得到的结果进行了对比分析。Tsakiroglou^[16](2000 年)采用分形网络、水银注入试验和切片试验方法,研究了水库基岩的孔隙结构特性、孔隙空间的连通率模型、孔隙网络模型和孔隙表面的分形粗糙度模型,探讨了平行孔隙管道渗透率估算方法。Hunt^[17](2004 年)以连续逾渗理论和分形模型为基础,研究了非饱和土壤渗透系数的分形特征,建立了估计逾渗模型中临界体积比的方法,提出了预测非饱和土渗透系数的预测方法,并且对非饱和土中溶质的扩散系数与在水中的扩散系数的关系进行了数值分析。同年,Hunt^[18]应用连续逾渗理论建立非饱和土渗流的分形模型本构关系,基于 Rieu 和 Sposito 的分形模型和临界路径分析方法推导出非饱和土渗透系数的分形表达式,建立了非饱和土溶质扩散的水分含量的阈值表达式,该表达式是基于分形模型的,同时将所建立的模型与试验数据进行了对比分析。Yu^[19](2003 年)基于分形理论,解析推导出饱和与非饱和多孔介质渗透率的分形表达式,建立了渗透率与孔隙表面分形维和孔隙弯曲分形维的数学模型。在国民经济和国防建设的诸多工程技术领域广泛采用人造或者天然的多孔材料,研究多孔材料热传输过程及其参数估计方法是非常必要的。本文基于 ANSYS 有限元模拟软件和 APDL 参数化语言,采用数值模拟方法计算在不同裂隙开度标准差条件下的裂隙等效导水系数,研究等效导水系数与裂隙粗糙度之间的关系。

2 裂隙中渗流场有限元数值随机模拟

对于二维稳态承压水渗流问题,其偏微分控制方程为

$$T_x \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + T_y \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

式中: T_x 、 T_y 为 x 和 y 方向的导水系数 (m^2/s); H 为水头高度。对于第 1 类边界条件,模型的边界水头是已知函数:

$$T = T_b(t), (x, y \in \Omega_1) \quad (2)$$

对于第 2 类边界条件,模型的边界流量是已知函数:

$$T \partial T / \partial n = q, (x, y \in \Omega_2) \quad (3)$$

式中: T_b 为第 1 类边界 Ω_1 上的已知水头; q 为第 2 类边界 Ω_2 上已知流量; n 为外法线方向。

天然岩体中节理裂隙的表面起伏形态比较复杂, 表征裂隙特性的主要参数包括节理起伏形态及张开度, 图 1 为变开度单个裂隙形态学特性示意图。研究表明, 裂隙开度的分布具有近似正态分布特性^[15], 图 2 为实际观测裂隙开度分布图。

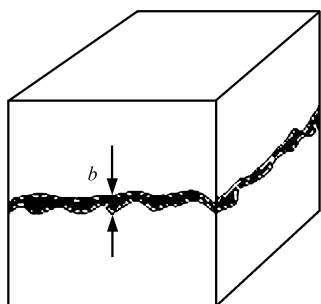


图 1 变开度单个裂隙形态学特性示意图

Fig.1 Schematic view of morphological properties of single rock fracture with changing aperture

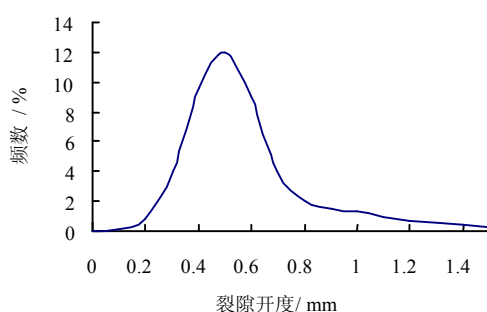


图 2 实际观测裂隙开度分布

Fig.2 Aperture histogram obtained from measurement

光滑平行板裂隙模型认为裂隙由两片光滑、平直、无限长的平行板构成。由流体为不可压缩、黏性及水流为层流的假定^[21], 对于等开度、光滑、平直的裂隙, 其导水系数^[20]为

$$T = \frac{\rho g b^3}{12\mu} \quad (4)$$

式中: b 为裂隙的开度(m); g 为重力加速度(m/s^2); ρ 为水的密度 (kg/m^3); μ 为水的动力黏度 ($1.0^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$); T 为等宽裂隙的导水系数 (m^2/s)。

如图 3 所示, 有限元模型为 $10 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$, 单元的大小为 0.5 mm , 有限元模型的上下边界为第 4 类已知水头边界条件, $H_{\text{up}} = 10.0 \text{ m}$, $H_{\text{down}} = 10.01 \text{ m}$ 。模型的左右边界为第 2 类边界条件, 即为不透水边界。有限元模型共 441 个节点, 400 个单元, 每个单元的材料属性 (导水系数) 基于正态分布随机选择, 具体数值根据正态分布的均值和标准差随机确定。

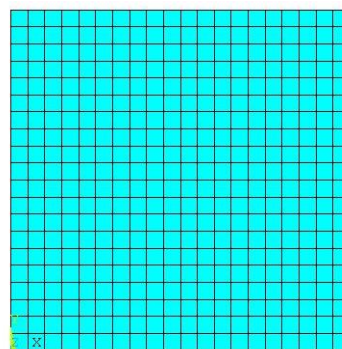


图 3 有限元模型剖分网格

Fig.3 Meshing of finite element model

图 4 为随机模拟服从正态分布、裂隙开度的均值为 0.5 mm 、标准差为 0.1 mm 随机生成 400 个裂隙的裂隙开度分布柱状图。

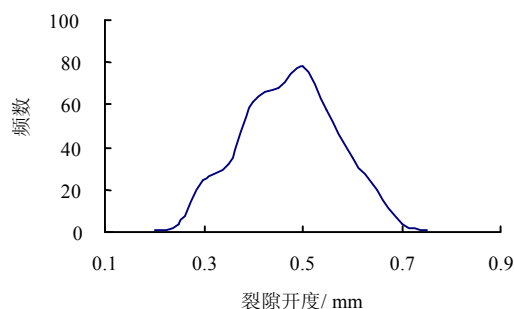


图 4 随机模拟的裂隙开度分布

Fig.4 Aperture histograms simulated randomly

数值模拟结果表明, 在相同裂隙开度均值条件下裂隙开度标准差越大, 裂隙的起伏状态越明显, 图 5 为裂隙开度均值 0.5 mm 、随机模拟的不同裂隙开度标准差条件下裂隙开度分布。

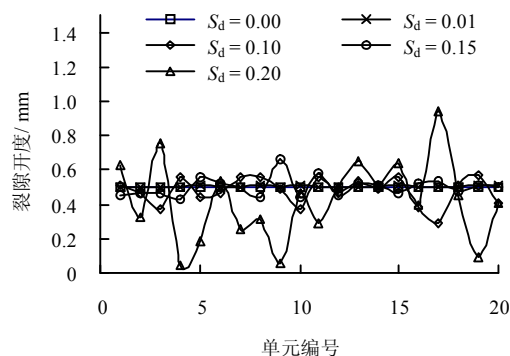
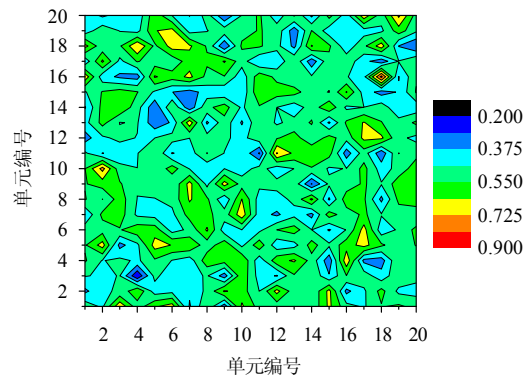


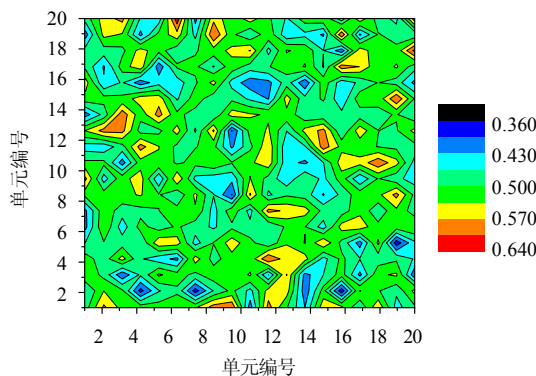
图 5 随机模拟的不同裂隙开度标准差条件下裂隙开度分布

Fig.5 Distributions of fracture aperture for different standard deviations of fracture aperture

采用随机模拟方法,对图 3 所示有限元模型的 400 个渗流单元进行了数值模拟。图 6 为裂隙开度均值 0.5 mm、标准差 0.1 mm 和 0.05 mm 时有限元模型裂隙开度分布,图 7 为有限元裂隙模型导水系数的随机模拟结果(裂隙开度均值为 0.5 mm,标准差为 0.15 mm)。



(a) 裂隙开度均值 0.5 mm, 标准差 0.1 mm



(b) 裂隙开度均值 0.5 mm, 标准差 0.05 mm

图 6 计算模型裂隙开度的随机模拟(单位: mm)
Fig.6 Distribution of simulated randomly fracture aperture of flow model (unit: mm)

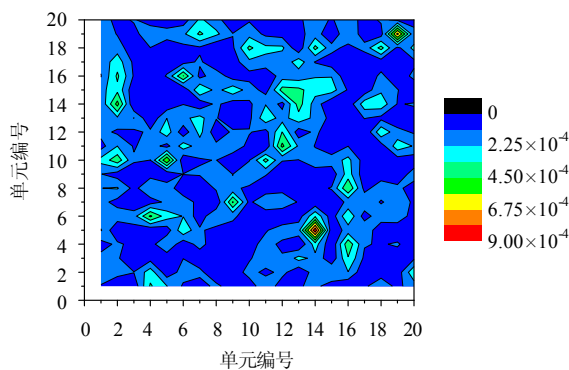


图 7 裂隙模型导水系数的随机模拟(单位: m^2/s)
(裂隙开度均值 0.5 mm, 标准差 0.15 mm)

Fig.7 Distribution of simulated randomly transssimivity of flow model (unit: m^2/s)

给有限元模型 400 个材料属性进行手工赋值和修改单元材料属性编号是非常繁杂的事情,尤其是当单元数进一步增加后会更难,因此编写了通用程序。为了给图 3 的有限元渗流模型材料参数随机赋值,根据裂隙开度均值和标准差编写了 FORTRAN 语言和 APDL 参数化语言程序^[22],以下是随机给 400 个单元赋材料导水系数的 FORTRAN 程序(例如裂隙开度均值为 0.5 mm,裂隙开度标准差为 0.05)。

```

REAL FUNCTION NGRN1(U, G, R)
DOUBLE PRECISION R, S, W, V, T
S = 65 536.0, W = 2 053.0, V = 13 849.0, T = 0
DO 10 I = 1, 12
    R = W*R + V, M = R/S
    R = R - M*S, T = T + R/S
10 CONTINUE
NGRN1 = U + G*(T - 6.0)
RETURN
END

DOUBLE PRECISION R
REAL NGRN1, A(400)
R = 12.0 ! 种子数, 每次需要修改, 以保证
          样本的多样性
U = 0.50 ! 裂隙开度, mm
G = 0.05 ! 裂隙开度标准差, mm
N = 400 ! 有限元模型单元的个数
DO 10 I = 1, N
10 A(I) = NGRN1(U, G, R)
xlow = 1 000. ! 水的密度
xmu = 1 x 10^-3 ! 水的黏度
g = 9.8 ! 重力加速度
open(1, file = 'transmissivity.txt')
write(1, *) '/prep7'
do i = 1, n
    b = a(i) * 1 x 10^-3
    trans = b ** 3 * g * xlow / (12. * xmu) ! 计算导水系数
    write(1, *) 'mp, kxx, ', i, ', ', trans
end do
END

SUBROUTINE NGRNS(U, G, R, N, A)
DOUBLE PRECISION R, S, W, V, T
DIMENSION A(N)
S = 65 536.0; W = 2 053.0; V = 13 849.0
DO 20 J = 1, N
    T = 0.0
    DO 10 I = 1, 12
        R = W*R + V; M = R/S;
        R = R - M*S; T = T + R/S
    10 CONTINUE
    A(J) = U + G*(T - 6.0)

```

20 CONTINUE

RETURN

END

第 1 步, 在 FORTRAN 上运行上述文件, 运行结果保存在 transmissivity.txt。以下是修改 400 个单元材料属性编号程序, 例如文件名 chang.dat

/prep

*do, t, 1, 400, 1

mpchg, t +0, t+0

*end do

第 2 步, 在 ANSYS 上运行 READ INPUT FROM 搜索 chang.dat, 就可以完成对 400 个单元材料属性重新编号。图 8 为随机模拟裂隙开度均值为 0.5 mm、标准差为 0.2 mm 和 0.1 mm 条件下有限元模型的渗流场流速分布。研究表明, 当裂隙开度平均值不变时, 随着裂隙开度标准差的增加, 裂隙的粗糙度变大, 渗流场中的最大流速也随着增大。图 9 为裂隙开度标准差与裂隙中最大水流速度的关系 ($\Delta H = 1.0$ m)。与光滑的平板模型相对比, 当裂隙开度标准差达到 0.2 mm 时, 渗流模型中的最大流速可以提高 4 倍。

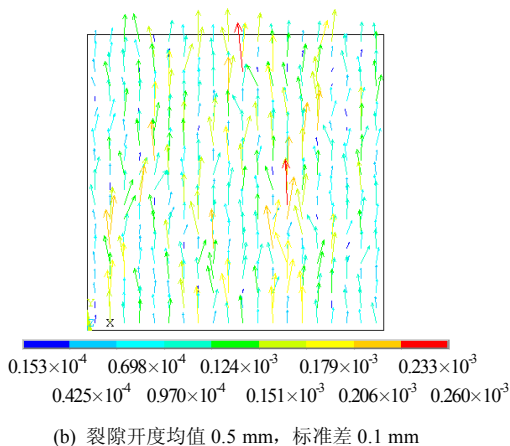
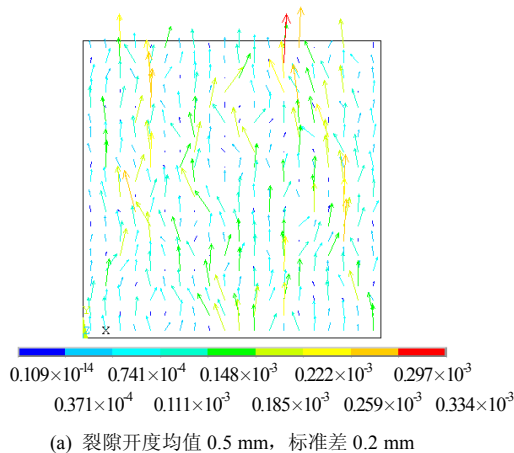


图 8 流速分布图(单位: m/s)

Fig.8 Distribution of flow flux in finite element model (unit: m/s)

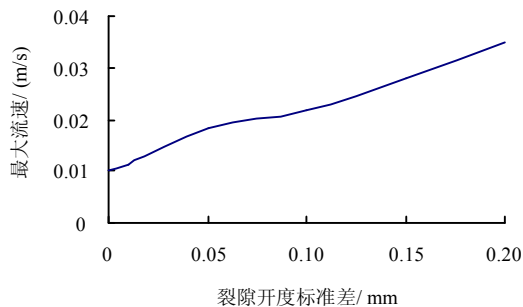


图 9 裂隙开度标准差与裂隙中最大水流速度的关系

Fig.9 Maximum flux in fracture versus standard deviation of fracture aperture

3 讨 论

为了研究裂隙的粗糙程度与导水系数之间的关系, 采用有限元数值计算方法, 随机模拟在相同裂隙开度而不同裂隙开度标准差条件下, 通过某个断面的流体流量, 然后, 根据稳态渗流问题的 Darcy 定律计算开度随机分布裂隙的等效导水系数。此处用裂隙开度的标准差间接度量裂隙的粗糙度, 裂隙开度的标准差越大, 裂隙的粗糙程度越强。根据稳态渗流问题的 Darcy 定律, 二维渗流模型单位宽度的流量为

$$q_x = -T_x \frac{dH}{dx}; \quad q_y = -T_y \frac{dH}{dy} \quad (5)$$

式中: q_x 、 q_y 为 x 和 y 方向的单位宽度的流量。根据有限元模型某个断面的各个节点的流量, 可以计算出模型在 y 方向的总流量。有限元模型等效导水系数的计算公式^[18]为

$$T_{eq} = \frac{\sum_{i=1}^N q_i}{N} \frac{L}{\Delta H} \quad (6)$$

式中: T_{eq} 为裂隙模型的等效导水系数; q_i 为节点的流量; N 为某个断面节点数目, 本次有限元模型 $N = 21 \times 21$; ΔH 为有限元模型上下两个边界的水头差, $\Delta H = 0.01$ m; L 为正方形有限元模型的边长, $L = 0.01$ m; T 为模型的等效导水系数。

表 1 给出了不同标准差条件下的等效导水系数 20 次随机模拟的平均值和标准差, 其中 SD_F 、 T_{eq} 和 SD_T 分别为裂隙开度标准差、导水系数平均值 (m^2/s) 和导水系数标准差。

表 1 不同标准差条件下的等效导水系数平均值

Table 1 Average transmissivity for different standard deviations of fracture aperture

参数	SD_F / mm					
	0	0.01	0.05	0.10	0.15	0.20
$T_{eq} / (10^{-4} m^2/s)$	1.021	1.020	1.012	0.996	0.978	0.967
$SD_T / (10^{-4} m^2/s)$	0.000	0.003	0.017	0.030	0.042	0.057

根据表 1 中的数据进行回归分析, 得到裂隙等效导水系数与裂隙开度标准差的关系 (图 10) 为

$$T_{eq} = 10^{-4} (1.023 - 0.283 \sigma) \quad (7)$$

式中: σ 为裂隙开度的标准差 (mm)。

根据 Bernouli 方程, 渗流模型中任意点的水头定义^[23]为

$$H = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} \quad (8)$$

式中: z 为渗流模型中任意点距离选定基准面的高程; p 为渗流场孔隙水压力; v 为任意点的流速; g 为重力加速度。由于在渗流计算时, 往往流速比较小, 都忽略了流速产生的压力水头, 即简化成

$$H = z + \frac{p}{\rho g} \quad (9)$$

因此, 基于式 (9) 所建立的渗流控制方程 (1) 进行渗流场模拟, 得到的结论必然是具有随机分布的粗糙裂隙的等效导水系数与裂隙开度的标准差相关性不明显。数值模拟结果研究表明, 在层流状态条件下, 并且流速比较小 (流速产生的压力水头可以忽略) 时, 渗流服从达西定律, 此时裂隙的等效渗透系数仅与裂隙开度的平均值有关, 而裂隙开度的标准差对其影响非常小。当渗流速度较大, 乃至出现紊流, 也就是流速产生的压力水头不可以忽略时, 裂隙开度的标准差对等效渗透系数影响才会显现出来。

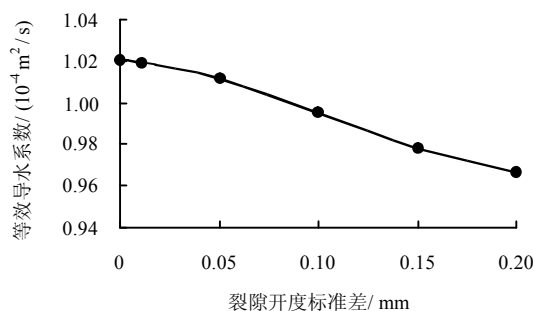


图 10 裂隙等效导水系数与裂隙开度标准差的关系

Fig.10 Equivalent transmissivity versus standard deviation of fracture aperture

4 结 论

(1) 与光滑平直的裂隙相对比, 在裂隙平均开度为常数、开度随机正态分布的条件下, 表面粗糙裂隙的等效导水系数略有降低, 其表面的凸凹程度对裂隙的等效导水系数影响较小;

(2) 有限元数值模拟结果表明, 对于裂隙平均开度为 0.5 mm 的裂隙模型, 裂隙开度标准差从 0.01 mm 变化到 0.2 mm, 大小变化 20 倍, 其等效导水系数仅变化 5%;

(3) 20 次随机模拟结果表明, 当模型的单元个数较多时, 每次模拟计算出的等效导水系数变化较小, 其标准差仅为平均值的 6%。

(4) 在进行裂隙岩体渗流计算时, 如果在控制方程中忽略了流速产生的压力水头, 裂隙粗糙度变化大小对等效导水系数的影响较小。为了精确模拟粗糙表面裂隙的渗流问题, 不能在渗流控制方程中忽略了流速产生的压力水头, 并且应该考虑裂隙表面粗糙变化剧烈部位的紊流问题。但是, 目前裂隙岩体渗流场计算时往往都没有考虑这些问题, 这是以后需要进一步研究的课题。

参 考 文 献

- [1] 李树忱, 李术才, 隋斌, 等. 岩体渗流分析的无网格方法[J]. 岩土力学, 2008, 29(1): 256—260.
LI Shu-chen, LI Shu-cai, SUI Bin, et al. The meshless method for analyzing seepage of rockmass[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(1): 256—260.
- [2] 王兆清, 李术才, 李树忱. 无压渗流问题的多节点有限元方法[J]. 岩土力学, 2008, 29(10): 2647—2650.
WANG Zhao-qing, LI Shu-cai, LI Shu-chen. Multi-node finite element approaches for unconfined seepage flow problem[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(10): 2647—2650.
- [3] 陈伟, 阮怀宁. 随机连续模型分析裂隙岩体耦合行为[J]. 岩土力学, 2008, 29(10): 2708—2712.
CHEN Wei, RUAN Huai-ning. Using stochastic continuum model to simulate hydro-mechanical processes in deformed fractured rock during tunnel excavation[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(10): 2708—2712.
- [4] 任强, 徐卫亚. 裂隙岩体非饱和渗流的分形模型[J]. 岩土力学, 2008, 29(10): 2735—2740.
REN Qiang, XU Wei-ya. Fractal model for unsaturated seepage flow in fractured rock masses[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(10): 2735—2740.
- [5] 王媛, 刘杰. 基于敏感性分析的裂隙岩体渗流与应力静态全耦合参数反演[J]. 岩土力学, 2009, 30(2): 211—

- 317.
- WANG Yuan, LIU Jie. Parameter inversion for fully coupled problem of steady fluid flow and stress in fractured rock masses based on sensitivity analysis[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(2): 211—317.
- [6] 张电吉, 白世伟, 杨春和. 裂隙岩体渗透性分析研究[J]. 勘察科学技术, 2003, (1): 24—27.
- ZHANG Dian-ji, BAI Shi-wei, YANG Chun-he. Analysis and study on permeability of fractured rock mass[J]. **Site Investigation Science and Technology**, 2003, (1): 24—27
- [7] 朱大勇, 范鹏贤, 郭志昆. 裂隙岩体逾渗模型中渗透概率递推矩阵[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(2): 262—268.
- ZHU Da-yong, FAN Peng-xian, GUO Zhi-kun, et al. Recurrence matrix of permeable probability in percolation model for fractured of rock mass[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2007, 26(2): 262—268.
- [8] 郁伯铭. 多孔介质输运性质的分形研究进展[J]. 力学进展, 2003, 33(3): 333—345.
- YU Bo-ming. Advances of fractal analysis of transport properties for porous media[J]. **Advances In Mechanics**, 2003, 33(3): 333—345.
- [9] 刘向东, 杨彬彬. 多孔介质干燥理论的回顾与展望[J]. 中国农业大学学报, 2005, 10(4): 81—92.
- LIU Xiang-dong, YANG Bin-bin. Review and vista on drying theories of porous medium[J]. **Journal of China Agricultural University**, 2005, 10(4): 81—92.
- [10] 刘建国, 王洪涛, 聂永丰. 多孔介质中溶质有效扩散系数预测的分形模型[J]. 水科学进展, 2004, 15(4): 458—462.
- LIU Jian-guo, WANG Hong-tao, NIE Yong-fen. Fractal model for predicting effective diffusion coefficient of solute in porous media[J]. **Advances in Water Science**, 2004, 15(4): 458—462.
- [11] GHODOSSI L. Thermal and hydrodynamic analysis of a fractal microchannel network[J]. **Energy Conversion and Management**, 2005, 46(5): 771—788.
- [12] TRAN N H. Development of hot dry rocks by hydraulic simulation: natural fracture network simulation[J]. **Theoretical and Applied Fracture Mechanics**, 2007, 47(1): 77—85.
- [13] ZHANG X, KNACHSTEDT M A. Fluid flow across mass fractals and self-affine surfaces[J]. **Physica A**, 1996, 233(3): 835—847.
- [14] PERATTA A. A new scheme for numerical modeling of flow and transport process in 3D fractured porous media[J]. **Advances in Water Resources**, 2006, 29(1): 42—61
- [15] DOUGHTY C. Flow and transport in hierarchically fractured rock[J]. **J. of Hydrology**, 2002, 263(1): 1—22.
- [16] TSAKIROGLOU C D. Characterization of the pore structure of reservoir rocks with the aid of serial sectioning analysis, mercury porosimetry and network simulation[J]. **Advances in Water Resources**, 2000, 23(7): 773—789.
- [17] HUNT A G. Continuum percolation theory for water retention and hydraulic conductivity of fractal soils: estimation of the critical volume fraction for percolation[J]. **Advances in Water Resources**, 2004, 27(1): 175—183.
- [18] HUNT A G. Basic transport properties in Natural porous media[J]. **Complexity**, 2005, 10(1): 22—37.
- [19] YU B, LI J H. Permeabilities of unsaturated fractal porous media[J]. **Int. J. of Multiphase Flow**, 2003, 29(10): 1625—1642.
- [20] KOYAMA T, FARDIN N. Numerical simulation of shear-induced flow anisotropy and scale-dependent aperture and transmissivity evolution of rock fracture replicas[J]. **Int. J. of Rock Mechanics & Mining Sciences**, 2006, 43(1): 89—106.
- [21] 王媛, 速宝玉. 单裂隙面渗流特性及等效水力隙宽[J]. 水科学进展, 2002, 13(11): 61—68.
- WANG Yuan, SU Bao-yu. Research on the behavior of fluid flow in a single fracture and its equivalent hydraulic aperture[J]. **Advances In Water Science**, 2002, 13(11): 61—68.
- [22] 博弈创作室. APDL 参数化有限元分析技术及其应用实例[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2004.
- [23] 孔祥言. 高等渗流力学[M]. 合肥: 中国科技大学出版社, 1999.